

HORIZON  
2020

# Families of Subvarieties in Complex Algebraic Varieties

## Résultats en bref

### Simplifier la géométrie algébrique complexe

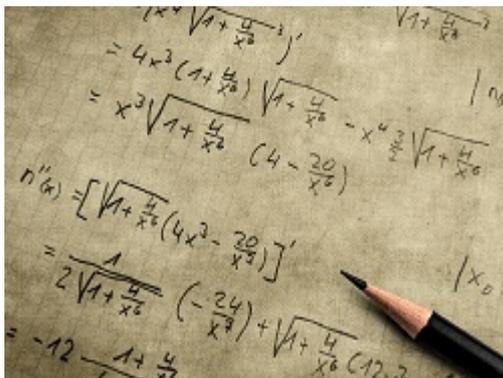
Les chercheurs du projet FOSICAV, financé par l'UE, ont entrepris une étude géométrique détaillée de diverses familles de sous-variétés.



ÉCONOMIE  
NUMÉRIQUE



RECHERCHE  
FONDAMENTALE



© spiber.de, Shutterstock

Le projet FOSICAV, qui concerne la géométrie algébrique complexe, nécessite donc des explications compliquées et produit des résultats complexes. Par exemple, selon les chercheurs du projet, un aspect fondamental de la géométrie algébrique est que les variétés sont regroupées en familles et que les espaces paramétriques constituent eux-mêmes des variétés. Par définition, une variété est un objet géométrique défini par des équations polynomiales dans un espace

projectif à  $n$  dimensions, avec des coordonnées appartenant au champ des nombres complexes. L'espace projectif est une généralisation de l'espace physique à  $n$  dimensions obtenu en ajoutant des points à l'infini, tel que deux lignes parallèles dans l'espace physique qui se rejoignent à l'infini.

Formulé simplement, le projet avait pour objectif d'avoir un impact important sur la géométrie algébrique. «Nous espérons que notre approche terre-à-terre d'énumération des invariants autorisera des calculs qui sont, par nature, impossibles à réaliser en utilisant les méthodes actuelles», déclare Ciro Ciliberto, coordinateur du projet.

L'analyse par dégénérescence

C'est ici que les choses deviennent complexes. Comme l'objectif du projet était d'énumérer les courbes sur des surfaces K3 (une surface lisse complète minimale complexe ou algébrique qui est régulière et dont le fibré canonique est trivial) en utilisant des méthodes de dégénérescence, les chercheurs du projet ont entrepris l'étude géométrique de diverses familles de sous-variétés de certaines variétés algébriques complexes de faibles dimensions et, principalement, de familles de courbes. Selon M. Ciliberto, les variétés de Severi en sont un exemple typique, car elles paramétrisent des courbes de degré et de genre géométrique donnés dans le plan projectif et que la courbe générale a un nombre prescrit de points doubles ordinaires et aucune autre singularité.

En plus de l'exploration des dimensions et des propriétés de régularité et d'irréductibilité de ces variétés, les chercheurs ont également déterminé leurs polynômes de Hilbert, qui codent leurs degrés et constituent d'importants invariants énumératifs. «Un élément central de notre projet a été de conduire cette analyse par dégénérescence: pour étudier les familles de sous-variétés d'une variété  $X$  donnée, nous avons laissé dégénérer  $X$  pour examiner ce qui se passait à la limite», explique M. Ciliberto. «Par exemple, pour étudier les courbes sur une surface K3 générale, nous les laissons dégénérer en une union de plans projectifs, dont le graphe double est la triangulation de la double sphère réelle.»

Le projet s'est en particulier penché sur les familles de sous-variétés suivantes: les familles de courbes avec des invariants prescrits et des singularités de surface, avec une attention particulière pour les deux cas du plan projectif et des surfaces K3; les familles de sections hyperplanes avec des singularités prescrites d'hypersurfaces dans des espaces projectifs; les familles de courbes d'un genre donné dans un espace de Calabi-Yau à trois feuilletés; et les familles de surface dans l'espace projectif tridimensionnel contenant des courbes présentant des singularités inattendues.

Des mathématiques pures

Ce qui est clair, c'est que le projet FOSICAV traite des mathématiques pures. Il se suffit donc par lui-même et n'est pas destiné à avoir nécessairement d'application 'directe' ou 'quotidienne'. «C'est un fait bien documenté que la science pure nourrit des recherches appliquées, et finalement le développement d'applications concrètes», déclare M. Ciliberto. «Il est donc fondamental de poursuivre une recherche sans a priori, comme l'illustre le projet FOSICAS, afin d'explorer des voies n'ayant pas d'applications immédiates, car elles seront peut-être un jour à l'origine d'une idée révolutionnaire et féconde.»

**Mots-clés**

## Découvrir d'autres articles du même domaine d'application



Le laser au service du partage de la «richesse» technologique à l'échelle mondiale

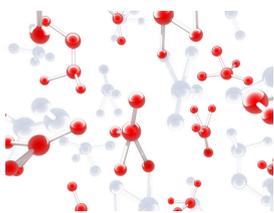


Les ions lithium sous le microscope pour des batteries de véhicules électriques plus performantes



Les nano-matériaux et nano-procédés améliorés ouvrent le marché à des composants optimisés





## Capter les premières étapes du transfert d'électrons dans les molécules organiques



### Informations projet

#### FOSICAV

N° de convention de subvention: 652782

[Site Web du projet](#)

#### DOI

[10.3030/652782](https://doi.org/10.3030/652782)

Projet clôturé

#### Date de signature de la CE

27 Mars 2015

#### Date de début

1 Septembre 2015

#### Date de fin

31 Août 2017

#### Financé au titre de

EXCELLENT SCIENCE - Marie Skłodowska-Curie  
Actions

#### Coût total

€ 180 277,20

#### Contribution de l'UE

€ 180 277,20

#### Coordonné par

UNIVERSITA DEGLI STUDI DI  
ROMA TOR VERGATA

 Italy

## Ce projet apparaît dans...



**Dernière mise à jour:** 13 Février 2018

**Permalink:** <https://cordis.europa.eu/article/id/218726-simplifying-complex-algebraic-geometry/fr>

European Union, 2025

