

# Highly symmetric partial linear spaces

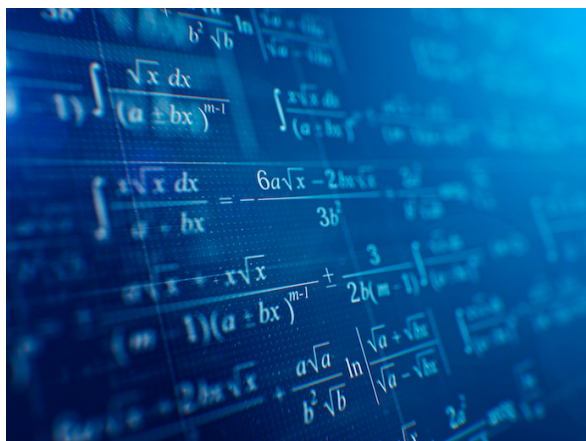
## Risultati in breve

### Nuove intuizioni su spazi lineari parziali altamente simmetrici

La comprensione delle forme matematiche rare è stata approfondita grazie alle ricerche di un borsista Marie Skłodowska-Curie, il cui lavoro offre ai teorici dei gruppi una comprensione più profonda della simmetria.



RICERCA DI BASE



© Sashkin, Shutterstock

In natura, la simmetria è onnipresente. I matematici usano uno strumento chiamato gruppo per catturare questa simmetria attraverso il movimento. Per illustrare questa teoria, un quadrato può essere ruotato di 90 gradi o riflesso dall'alto verso il basso senza alterarne l'aspetto. Ripetendo questo processo, si possono ottenere otto movimenti che preservano la simmetria. Questa composizione di movimenti è un gruppo.

«Gli oggetti più simmetrici sono quelli con i gruppi più grandi e tali oggetti sono sorprendentemente rari», ha dichiarato Joanna Fawcett, una [borsista Marie Skłodowska-Curie](#) del Dipartimento di Matematica presso [l'Imperial College di Londra](#). «Grazie a questa rarità possiamo elencare tutti questi oggetti e quindi siamo in grado di comprendere meglio l'essenza stessa della simmetria».

La ricerca di Fawcett si concentra principalmente sulla teoria dei gruppi, la combinatoria, la geometria discreta e la teoria della rappresentazione. Attraverso il supporto del progetto HSPLS, finanziato dall'UE, ha recentemente condotto una

ricerca approfondita su oggetti chiamati spazi lineari parziali (PLS, Partial Linear Space), ovvero una collezione di punti e linee dove ogni linea può essere pensata come un insieme di punti. L'obiettivo era quello di comprendere il PLS per il quale le simmetrie locali nascono sempre da quelle globali.

## Tre obiettivi, molte domande

Quando le linee hanno tutte esattamente due punti, i PLS sono chiamati grafici o reti. Matematicamente, un grafico è omogeneo ogni volta che due sottografici appaiono uguali. Questi grafici omogenei sono estremamente rari e sono stati tutti identificati. Ciò a cui Fawcett è interessata sono i sottografici con una struttura specifica, come quelli che appaiono in una collezione  $X$  (una proprietà di simmetria chiamata  $X$ -omogeneità).

«Variando le possibilità per  $X$ , possiamo ancora enumerare i grafici omogenei di  $X$  e siamo in grado di farlo anche per tutti i PLS, non solo per i grafici?» ha chiesto Fawcett. «Inoltre, il gruppo di un PLS omogeneo è speciale perché ha un piccolo rango, e la nostra comprensione dei gruppi con il 4 o 5 è rimasta incompleta per oltre 30 anni: possiamo rimediare?»

Per rispondere a queste domande, la ricerca di Fawcett si è concentrata sul raggiungimento di tre obiettivi principali. In primo luogo, enumerare il PLS omogeneo  $C$ , dove  $C$  consiste di tutti i PLS collegati; quindi dimostrare la sua congettura che qualsiasi grafico omogeneo  $C_5$  contenente quadrati ma non triangoli è omogeneo  $C$ , dove  $C_5$  consiste nei grafici collegati con un massimo di 5 punti. Infine, completare la classificazione dei gruppi con il rango 4 o 5.

## Uno strumento utile per capire la simmetria

Secondo Fawcett, una volta che alcune questioni in sospeso saranno state risolte, lei avrà raggiunto con successo i suoi tre obiettivi: «Combinare i risultati ottenuti in questo progetto con il mio lavoro precedente significa che la nostra comprensione dei grafici omogenei è quasi completa».

Fawcett osserva che il suo lavoro sul terzo obiettivo fornirà ai teorici dei gruppi uno strumento utile per comprendere la simmetria.

«Ci si sente come se fossimo sulla punta dell'iceberg per capire gli effetti delle scelte per la raccolta  $X$  quando si studiano i PLS  $X$ -omogenei», aggiunge Fawcett.

«Anche se lo studio dell'omogeneità di  $X$  nei PLS ha rivelato che questi oggetti hanno ancora più simmetria di quanto credessimo all'inizio, se vogliamo andare a fondo di

questo mistero, dobbiamo ancora considerare molte altre possibilità per X in modo più sistematico».

## Parole chiave

HSPLS, spazi lineari parziali, Marie Skłodowska-Curie, matematici, simmetria, matematica, teoria dei gruppi

## Scopri altri articoli nello stesso settore di applicazione



Una ricerca da premio Nobel apre la strada a nuove tecnologie quantistiche



### Informazioni relative al progetto

#### HSPLS

ID dell'accordo di sovvenzione: 746889

[Sito web del progetto](#)

#### DOI

[10.3030/746889](#)

Progetto chiuso

#### Data della firma CE

17 Marzo 2017

#### Data di avvio

2 Ottobre 2017

#### Data di completamento

1 Ottobre 2019

#### Finanziato da

EXCELLENT SCIENCE - Marie Skłodowska-Curie Actions

#### Costo totale

€ 195 454,80

#### Contributo UE

€ 195 454,80

#### Coordinato da

IMPERIAL COLLEGE OF  
SCIENCE TECHNOLOGY AND  
MEDICINE

 United Kingdom

## Questo progetto è apparso in...



**Ultimo aggiornamento:** 30 Marzo 2020

**Permalink:** <https://cordis.europa.eu/article/id/415547-new-insights-into-highly-symmetric-partial-linear-spaces/it>

European Union, 2025